

TD1 : Equation de d'Alembert

Exercice 1 : Onde progressive

Montrer que $a(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$ est solution de l'équation de d'Alembert $\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = 0$.

Exercice 2 : Relation de dispersion

En considérant une onde plane progressive monochromatique (OPPM) en notation complexe, retrouver la relation de dispersion caractéristique de l'équation de d'Alembert $\omega = ck$.

Exercice 3 : Onde stationnaire

On cherche une solution de l'équation de d'Alembert sous la forme d'une onde stationnaire $a(x, t) = F(x)G(t)$. a ne peut diverger ni dans le temps ni dans l'espace et ne pas être une solution triviale.

1. Déterminer quelle(s) forme(s) peut prendre a .
2. Donner la position des noeuds et des ventres de vibration de l'onde stationnaire.

Exercice 4 : Onde sphérique à symétrie radiale

Résoudre l'équation de d'Alembert en coordonnées sphériques 1D sachant que le Laplacien s'écrit :

$$\Delta s = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2}(rs)$$

Exercice 5 : Ondes stationnaires et progressives

1. Montrer qu'on peut écrire l'onde progressive $A \cos(\omega t - kx)$ comme la somme de deux ondes stationnaires.
2. Montrer qu'on peut écrire l'onde stationnaire $A \cos(\omega t) \cos(kx)$ comme la somme d'une onde progressive et d'une onde régressive.

Exercice 6 : Onde incidente et onde réfléchie sur un obstacle fixe

1. En notation complexe, montrer que l'onde réfléchie par un obstacle fixe, est déphasée de π par rapport à l'onde incidente (plane progressive harmonique) et possède la même amplitude réelle, lorsque l'onde résultante s'annule sur l'obstacle.
2. Donner l'expression de l'onde résultante.