

TD2 : Propagation d'ondes

Exercice 1 : Onde plane longitudinale dans un barreau solide

Un barreau cylindrique d'aluminium, de masse volumique ρ , de longueur l et de section droite S , subit un allongement relatif :

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S}$$

sous l'effet d'une force F d'étirement dans le sens de l'axe Ox du barreau ; la constante E est le module de Young du métal. On négligera les variations de la section du barreau. Lors du passage d'une onde acoustique, l'élément de barreau compris entre les plans de section voisins d'abscisses x et $x + dx$ se déplacent respectivement de $s(x, t)$ et $s(x + dx, t)$ à l'instant t par rapport à leur position d'équilibre.

1. Montrer que l'élongation $s(x, t)$ obéit à une équation de propagation d'ondes du type de d'Alembert (I). Calculer la célérité c des ondes dans le barreau d'aluminium pour lequel $\rho = 2700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $E = 7 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$.

2. Calculer dans le cas particulier d'une onde plane progressive acoustique d'amplitude a_0 :

$$s(x, t) = a_0 \cdot \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

a) la variation maximale relative δ_{max} de volume de l'élément de barreau $(x, x + dx)$ entre les instants 0 et t sachant que $\delta(x, t) = \left(\frac{\Delta l}{l} \right)_x$.

b) la tension $T(x, t)$ du barreau au niveau de sa section droite d'abscisse x , à l'instant t .

3. Le barreau de longueur l , fixé à une de ses extrémités O , est libre à l'autre extrémité A . On cherche une solution de (I) sous la forme $s(x, t) = g(x) \cdot \sin(\omega t)$.

a) Déterminer la fonction $g(x)$; on notera a l'amplitude de cette fonction spatiale.

b) Déterminer les fréquences propres du barreau en fonction de E , l , ρ et d'un entier N .

4. Dans les conditions de la question 3 (extrémité O encastree et extrémité A libre), le son le plus grave émissible a une fréquence $f_0 = 2 \text{ kHz}$; déterminer dans ces conditions :

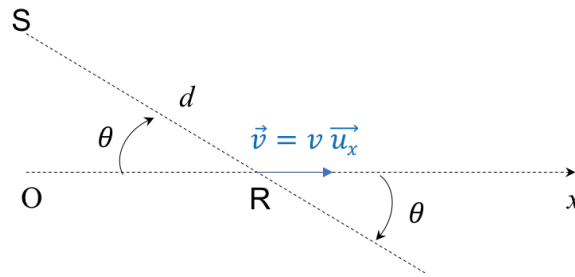
a) la longueur $l = OA$ du barreau cylindrique,

b) l'énergie cinétique moyenne $\langle E_c(t) \rangle$ de ce barreau en fonction de sa masse M et de la vitesse maximale v_{max} d'un élément du barreau.

Exercice 2 : Effet Doppler pour une onde sonore

Une source fixe S émet un son de fréquence f_0 . On notera f la fréquence de ce son perçu par un récepteur R qui se déplace à la vitesse $\vec{v} = v \cdot \vec{u}_x$ avec $v \ll c$, où c est la célérité du son dans le milieu.

On notera θ l'angle que fait la direction SR avec la vitesse $\vec{v}$ du récepteur.



1. Le signal sonore émis par la source S à l'instant t_0 est reçu par le récepteur R en position R_1 ($SR_1 = d_1$). Le signal émis par S à l'instant $t_0 + T_0$ (T_0 =période de la source S) est reçu par le récepteur en position R_2 ($SR_2 = d_2$).

Exprimer la différence de marche $d_2 - d_1$:

a) en fonction de f , f_0 et c

b) en fonction de v , θ et f . On supposera dans le calcul que S est loin de R_1 et R_2 et que par conséquent $d_2 - d_1 \simeq R_2 H$ où H est tel que $(R_1 H S)$ forme un triangle rectangle.

2. En déduire la fréquence apparente f perçue par le récepteur en fonction de f_0 , v , c et θ .

3.a) Dans le cas particulier où la source S est fixée sur l'axe Ox , exprimer la fréquence f perçue par le récepteur R qui s'éloigne de la source.

b) A quelle vitesse doit s'éloigner le récepteur R dans l'air pour que la note musicale "ré₃" émise soit perçue par R comme la note "do₃" ? On note $f_{ré}/f_{do} = 9/8$ et $c = 342 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dans l'air.